

Liczby naturalne $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

Liczby całkowite $C = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Liczby wymierne W – liczby, które można przedstawić w postaci ułamka zwykłego $\frac{a}{b}$, gdzie a jest liczbą C , b jest liczbą N różną od zera. Każdą liczbę W można przedstawić w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub ułamka dziesiętnego nieskończonego okresowego.

Np. 4; -12; 19, 4; $\frac{13}{35}$; 0,3(2); 2, 333...; $\sqrt{9}$

Liczby niewymierne NW – liczby, które nie są wymierne - czyli takie, których **NIE** można przedstawić w postaci ułamka zwykłego $\frac{a}{b}$. Liczby NW mają zawsze rozwinięcie dziesiętne **nieskończone** i **nieokresowe**.

Np. $\sqrt{11}$; π ; 2, 123...; $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$

Liczby rzeczywiste R - zbiór wszystkich liczb wymiernych i niewymiernych - wszystkie liczby, które można zapisać za pomocą rozwinięcia dziesiętnego. Każdej liczbie rzeczywistej przyporządkowany jest dokładnie jeden punkt na osi liczbowej i na odwrót każdy punkt osi odpowiada dokładnie jednej liczbie rzeczywistej.

Liczby dodatnie - a jest liczbą dodatnią, gdy $a > 0$.

Liczby ujemne - a jest liczbą ujemną, gdy $a < 0$.

Liczby niedodatnie - a jest liczbą niedodatnią, gdy $a \leq 0$.

Liczby nieujemne - a jest liczbą nieujemną, gdy $a \geq 0$.

Zero nie jest ani liczbą dodatni, ani liczbą ujemną!!!

Liczby pierwsze - liczby N , które mają tylko dwa dzielniki (*dzielą się przez 1 i samą siebie*); najmniejszą liczbą pierwszą jest 2.

Liczby złożone - liczby N , które nie są liczbami pierwszymi – mają więcej niż dwa dzielniki.

Rozkład liczby na czynniki pierwsze – polega na przedstawieniu danej liczby w postaci iloczynu czynników, z których każdy jest liczbą pierwszą.

Liczby parzyste - liczby C , które są podzielne przez 2. **Liczby nieparzyste** - liczby C , które NIE są podzielne przez 2.

liczba	a	7	$\frac{a}{b}$	-3	-0,04	0
liczba przeciwna	$-a$	-7	$-\frac{a}{b}$	3	0,04	0
liczba odwrotna	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{b}{a}$	$-\frac{1}{3}$	-25	nie istnieje!

Iloczyn liczby i liczby do niej odwrotnej jest zawsze równy jeden!

Suma liczby i liczby do niej przeciwnej jest zawsze równa zero!

Wspólny dzielnik liczb – liczba, przez którą dzielą się wszystkie dane liczby.

Wielokrotność liczby – iloczyn danej liczby przez liczbę naturalną.

Zero jest wielokrotnością każdej liczby.

Każda liczba $N > 0$ ma nieskończenie wiele różnych wielokrotności.

NWD – największy wspólny dzielnik – największa liczba będąca jednocześnie dzielnikiem obu tych liczb. Aby wyznaczyć NWD dwóch liczb:

- rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze,

- wybieramy wspólne czynniki i mnożymy je,

- iloczyn tych czynników to NWD.

NWW – najmniejsza wspólna wielokrotność – najmniejsza z liczb, która jest jednocześnie wielokrotnością obu tych liczb. Aby wyznaczyć NWW dwóch liczb:

- rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze,

- wypisujemy wszystkie czynniki z jednego rozkładu i dopisujemy te czynniki z drugiego rozkładu, których nie ma wypisanych w pierwszym i mnożymy je,

- iloczyn tych czynników to NWW.

Cechy podzielności

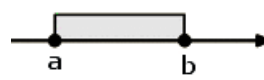
Podzielność przez:	Liczba naturalna jest podzielna przez:
2	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6 albo 8
3	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 3
4	gdy liczba utworzona z jej dwóch ostatnich cyfr, dzieli się przez 4
5	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 albo 5
6	gdy dzieli się przez 2 i przez 3
7	gdy różnica między liczbą wyrażoną kolejnymi trzema ostatnimi cyframi danej liczby a liczbą wyrażoną pozostałymi cyframi tej liczby dzieli się przez 7
8	gdy trzy ostatnie jej cyfry tworzą liczbę podzielną przez 8
9	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 9
10	gdy ostatnią jej cyfrą jest 0
11	gdy różnica sumy jej cyfr stojących na miejscach parzystych i sumy cyfr stojących na miejscach nieparzystych dzieli się przez 11

Przedziały:

1. obustronnie otwarty (a, b) $a < x < b$



2. obustronnie domknięty $\langle a, b \rangle$ $a \leq x \leq b$



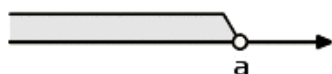
3. lewostronnie otwarty i prawostronnie domknięty $(a, b]$ $a < x \leq b$



4. lewostronnie zamknięty i prawostronnie otwarty $[a, b)$ $a \leq x < b$



5. $x < a$



6. $x \geq a$



Cyfry rzymskie:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

ZASADY:

- obok siebie nie mogą stać 2 znaki V, L, D

- obok siebie mogą stać co najwyżej 3 jednakowe znaki I, X, C, M

- bezpośrednio przed znakiem oznaczającym liczbę większą może stać tylko jeden znak symbolizujący liczbę mniejszą

Jednostki:

1 km = 1000 m

1 m = 10 dm

1 dm = 10 cm

1 cm = 10 mm

1 km² = 100 ha

1 ha = 100 a

1 a = 100 m²

1 ha = 10 000 m² = 0,01 km² 1 a = 0,01 ha

1 l = 1 dm³ = 1000 cm³ = 1000 ml

1 ml = 1 cm³

1 dm³ = 1000 cm³

1 t = 1000 kg

1 kg = 100 dag

1 dag = 10 g

1 g = 1000 mg

1 rok – 365 dni rok przestępny 366 dni

Wartość bezwzględna $|x|$ - w interpretacji geometrycznej – to odległość liczby o zera, wartość bezwzględna z liczby nieujemnej to ta sama liczba, a z liczby ujemnej – to liczba do niej przeciwna.

Np.: $|2| = 2$ $|-2| = -(-2) = 2$ $|0| = 0$

Jeden procent 1% pewnej wielkości to jej setna część: $1\% a = 0,01 a$.

$1‰ = 0,1\%$ $1\% = 10‰$

Jeden procent 1‰ pewnej wielkości to jej tysięczna część: $1‰ a = 0,001 a$.

$a + b$	= c	$a - b$	= c
SKŁADNIK	SUMA	ODJEMNA ODJEMNIK	RÓŻNICA

$a \cdot b$	= c	$a : b$	= c
CZYNNIK	ILOCZYN	DZIELNA DZIELNIK	IŁORAZ

Zaokrąglanie liczb – zastąpienie zerami (odrzuć) pewnej liczby jej cyfr końcowych, zgodnie z regułą zaokrąglania: jeśli pierwszą z odrzuconych liczb jest: 0, 1, 2, 3, lub 4, to ostatnią z zachowanych cyfr pozostawiamy bez zmian; jeśli pierwszą z odrzuconych liczb jest: 5, 6, 7, 8, lub 9, to ostatnią z zachowanych cyfr zwiększamy o 1.

Ułamek właściwy – licznik tego ułamka jest mniejszy od mianownika.

Ułamek niewłaściwy – licznik tego ułamka jest większy od mianownika lub równy.

Ułamek prosty – licznik tego ułamka jest równy 1.

Liczba mieszana – liczba zapisana za pomocą ułamka i liczby naturalnej.

Potęgowanie:

wykładnik potęgi
 $a^n = b$
 podstawa potęgi ← potęga

0^0 – nie ma sensu liczbowego!!!

$a^0 = 1$ dla $a \neq 0$ $a^1 = a$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ gdzie $a \neq 0$ i $b \neq 0$

$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$ $a^m : a^n = a^{m-n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $a^m : b^m = (a : b)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

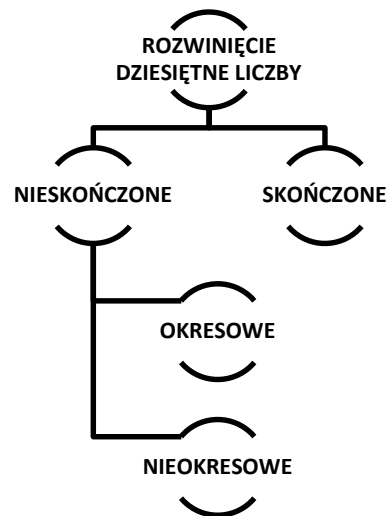
Notacja wykładnicza - zapis liczby w postaci iloczynu: $a \cdot 10^k$, gdzie $1 \leq a < 10$, a k jest liczbą C.

Pierwiastkowanie

$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt[3]{a^3} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$ $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

$\sqrt{-a}$ NIE ISTNIEJE !!!



POJĘCIE	OPIS	PRZYKŁAD
wrażenie algebraiczne	liczby i/lub litery połączone znakami działań, nawiasami	$2a + 4b^4$, $ad(2-c)$
jednomian	liczba, litera lub ich iloczyn	13, q, $33x2y$, $4s^3$
współczynnik liczbowy jednomianu	iloczyn liczb występujących w jednomianie	$2f5h \rightarrow 10$, $6j \rightarrow 6$
jednomiany podobne	jednomiany różniące się tylko współczynnikami liczbowymi	k^2a^213o , kakao13, ale NIE : k^2a13o
jednomian uporządkowany	<ol style="list-style-type: none"> współczynnik liczbowy zapisany na początku czynniki literowa zapisane w kolejności alfabetycznej WYJĄTEK: PIERWIASTKI ZAPISUJEMY NA KOŃCU 	$13ak^2o$ $13ako\sqrt{6}$
suma algebraiczna (wielomian)	suma jednomianów	$2a + 3c + 4kl$
redukcja wyrazów podobnych	dodawanie jednomianów podobnych w sumie algebraicznej	$3dk - 2l + 5dk + 3l^2 = 8dk - 2l + 3l^2$

RÓWNANIA

Rozwiązanie równania - liczba spełniająca równanie.

Zbiór rozwiązań równania to zbiór wszystkich liczb spełniających to równania.

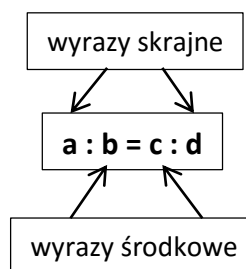
RODZAJ RÓWNANIA	OPIS	PRZYKŁAD
równania równoważne	równania, które mają ten sam zbiór rozwiązań	$x + 1 = 2$ i $x - 1 = 0$
równanie oznaczone	równanie, które ma tylko jedno rozwiązanie	$x - 6 = 3$
równanie sprzeczne	równanie, które nie ma rozwiązań	$x - 3 = x - 2$
równanie nieoznaczone (tożsamościowe)	równanie, które ma nieskończenie wiele rozwiązań	$2x + 4 = 2(x + 2)$

UKŁADY RÓWNAŃ

RODZAJ UKŁADU RÓWNAŃ	OPIS	PRZYKŁAD
układ oznaczony	ma jedno rozwiązanie	$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$
układ nieoznaczony	ma nieskończenie wiele rozwiązań	$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$
układ sprzeczny	nie ma rozwiązania	$\begin{cases} x - y = 9 \\ x - y = 0 \end{cases}$

RÓWNANIA W POSTACI PROPORCJI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



Iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych:
 $ad = bc$

Proporcjonalność prosta - to taka zależność między dwiema zmiennymi wielkościami x i y, w której **iloraz** tych wielkości jest stały; wraz ze wzrostem jednej wielkości – druga **rośnie tyle samo razy**.

$\frac{y}{x} = a$ lub $y = ax$, gdzie a jest ustaloną liczbą różną od zera. O wielkościach x i y mówimy, że są **wprost proporcjonalne**.

Liczbę a nazywamy **współczynnikiem proporcjonalności**.

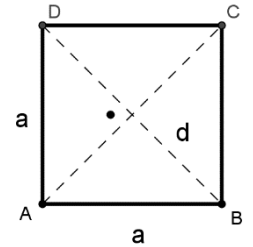
Proporcjonalność odwrotna - to taka zależność między dwiema zmiennymi wielkościami x i y, w której **iloczyn** tych wielkości jest stały; wraz ze wzrostem jednej wielkości – druga **maleje tyle samo razy**.

$\frac{a}{x} = y$ lub $a = yx$, gdzie a jest ustaloną liczbą różną od zera. O wielkościach x i y mówimy, że są **odwrotnie proporcjonalne**.

KWADRAT

$$P = a^2 \quad P = \frac{1}{2} d^2$$

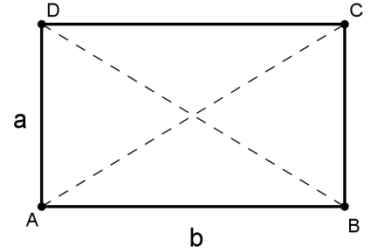
- wszystkie boki są równe,
- wszystkie kąty są proste,
- przekątne są równe i prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy, są dwusiecznymi kątów
- ma 4 osie symetrii: 2 przekątne i 2 symetralne boków.



PROSTOKĄT

$$P = a \cdot b$$

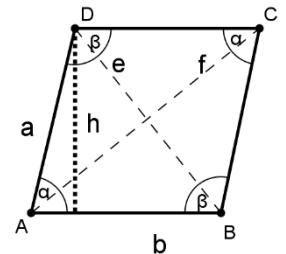
- przeciwległe boki są równe i równoległe,
- wszystkie kąty są proste,
- przekątne są równe, punkt przecięcia dzieli je na połowy,
- ma 2 osie symetrii: symetralne boków.



ROMB

$$P = a \cdot h \quad P = \frac{1}{2} e \cdot f$$

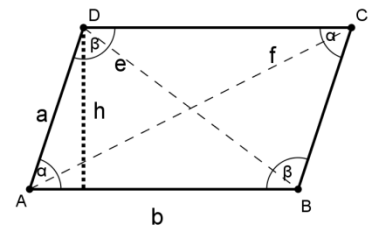
- wszystkie boki są równe,
- przeciwległe boki są równoległe,
- przeciwległe kąty są równe,
- przekątne są równe i prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy, są dwusiecznymi kątów,
- suma miar kątów przy jednym boku wynosi 180° : $\alpha + \beta = 180^\circ$,
- ma 2 osie symetrii.



RÓWNOLEGŁOBOK

$$P = a \cdot h$$

- przeciwległe boki są równe i równoległe,
- przeciwległe kąty są równe,
- punkt przecięcia dzieli przekątne na połowy,
- suma miar kątów przy jednym boku wynosi 180° : $\alpha + \beta = 180^\circ$.



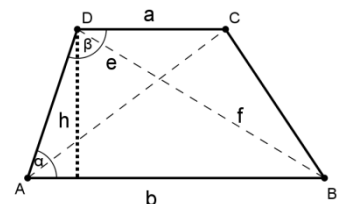
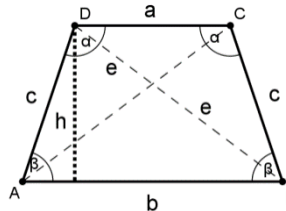
TRAPEZ

$$P = \frac{(a+b)}{2} \cdot h$$

- ma **co najmniej** jedną parę boków równoległych,
- suma miar kątów przy jednym boku wynosi 180° : $\alpha + \beta = 180^\circ$.

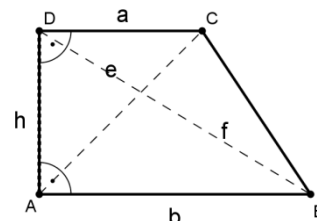
TRAPEZ RÓWNORAMIENNY

- ◆ dwa boki (ramiona c) są równe,
- ◆ przekątne są równe,
- ◆ punkt przecięcia dzieli przekątne w tym samym stosunku,
- ◆ ma 1 oś symetrii symetralna podstawy.



TRAPEZ PROSTOKĄTNY

- ◆ jedno z ramion jest prostopadłe do podstawy,
- ◆ dwa kąty są proste,
- ◆ wysokość pokrywa się z jednym z ramion



DELTOID

$$P = \frac{1}{2} e \cdot f$$

- nie ma boków równoległych,
- dwa przeciwległe boki są równe,
- przekątne są prostopadłe,
- przekątna f dzieli przekątną e na połowę,
- przekątna f jest osią symetrii i dwusieczną kąta.

