Liczby naturalne N = {0, 1, 2, 3, …} **Liczby całkowite C** = {…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}

Liczby wymierne W – liczby, które można przedstawić w postaci ułamka zwykłego $\frac{a}{b}$, gdzie a jest liczbą **C**, b jest liczbą **N** różną od zera. Każdą liczbę **W** można przedstawić w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub ułamka dziesiętnego nieskończonego okresowego.

Np. 4; -12; 19, 4; $\frac{13}{35}$*; 0,3(2); 2, 333…;* $\sqrt{9}$

Liczby niewymierne NW – liczby, które nie są wymierne - czyli takie, których **NIE** można przedstawić w postaci ułamka zwykłego $\frac{a}{b}$. Liczby **NW** mają zawsze rozwinięcie dziesiętne **nieskończone** i **nieokresowe**.

Np. $\sqrt{11}$*; Π; 2, 123…;* $\sqrt{2}$*;* $\sqrt[3]{3}$

Liczby rzeczywiste R - zbiór wszystkich liczb wymiernych i niewymiernych - wszystkie liczby, które można zapisać za pomocą rozwinięcia dziesiętnego. Każdej liczbie rzeczywistej przyporządkowany jest dokładnie jeden punkt na osi liczbowej i na odwrót każdy punkt osi odpowiada dokładnie jednej liczbie rzeczywistej.

Liczby dodatnie - *a* jest liczbą dodatnią, gdy **a > 0**. **Liczby ujemne** - *a* jest liczbą ujemną, gdy **a < 0**.

Liczby niedodatnie - *a* jest liczbą niedodatnią, gdy **a ≤ 0**. **Liczby nieujemne** - *a* jest liczbą nieujemną, gdy **a ≥ 0**.

Zero nie jest ani liczbą dodatni, ani liczbą ujemną!!!

Liczby pierwsze - liczby **N**, które mają tylko dwa dzielniki *(dzielą się przez 1 i samą siebie)*; najmniejszą liczbą pierwszą jest **2**.

Liczby złożone - liczby **N**, które nie są liczbami pierwszymi – mają więcej niż dwa dzielniki.

Rozkład liczby na czynniki pierwsze – polega na przedstawieniu danej liczby w postaci iloczynu czynników, z których każdy jest liczbą pierwszą.

Liczby parzyste - liczby **C**, które są podzielne przez 2. **Liczby nieparzyste** - liczby **C**, które NIE są podzielne przez 2.

liczba	a	7	$\frac{a}{b}$	-3	-0,04	0
liczba przeciwna	-a	-7	$-\frac{a}{b}$	3	0,04	0
liczba odwrotna	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{b}{a}$	$-\frac{1}{3}$	-25	**nie istnieje!**

Iloczyn liczby i liczby do niej odwrotnej jest zawsze równy jeden!

Suma liczby i liczby do niej przeciwnej jest zawsze równa zero!

Wspólny dzielnik liczb – liczba, przez którą dzielą się wszystkie dane liczby.

Wielokrotność liczby – iloczyn danej liczby przez liczbę naturalną.

Zero jest wielokrotnością każdej liczby. Każda liczba **N** > 0 ma nieskończenie wiele różnych wielokrotności.

NWD – największy wspólny dzielnik – największa liczba będąca jednocześnie dzielnikiem obu tych liczb. Ab wyznaczyć NWD dwóch liczb:

- rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze,
- wybieramy wspólne czynniki i mnożymy je,
- iloczyn tych czynników to NWD.

NWW – najmniejsza wspólna wielokrotność – najmniejsza z liczb, która jest jednocześnie wielokrotnością obu tych liczb. Ab wyznaczyć NWW dwóch liczb:

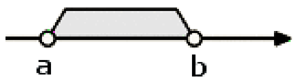
- rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze,
- wypisujemy wszystkie czynniki z jednego rozkładu i dopisujemy te czynniki z drugiego rozkładu, których nie ma wypisanych w pierwszym i mnożymy je,
- iloczyn tych czynników to NWW.

Cechy podzielności

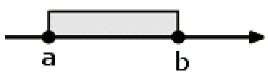
Podzielność przez:	Liczba naturalna jest podzielna przez:
2	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6 albo 8
3	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 3
4	gdy liczba utworzona z jej dwóch ostatnich cyfr, dzieli się przez 4
5	gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 albo 5
6	gdy dzieli się przez 2 i przez 3
7	gdy różnica między liczbą wyrażoną kolejnymi trzema ostatnimi cyframi danej liczby a liczbą wyrażoną pozostałymi cyframi tej liczby dzieli się przez 7
8	gdy trzy ostatnie jej cyfry tworzą liczbę podzielną przez 8
9	gdy suma jej cyfr dzieli się przez 9
10	gdy ostatnią jej cyfrą jest 0
11	gdy różnica sumy jej cyfr stojących na miejscach parzystych i sumy cyfr stojących na miejscach nieparzystych dzieli się przez 11

Przedziały:

1. **obustronnie otwarty** (a, b) $a < x < b$



2. **obustronnie domknięty** $\langle a, b \rangle$ $a \leq x \leq b$



3. **lewostronnie otwarty i prawostronnie domknięty** $(a, b\rangle$ $a < x \leq b$

4. **lewostronnie zamknięty i prawostronnie otwarty** $\langle a, b)$ $a \leq x < b$

5. **$x < a$**

6. **$x \geq a$**

Cyfry rzymskie:

I	V	X	L	C	D	M
1	**5**	**10**	**50**	**100**	**500**	**1000**

ZASADY:

- obok siebie nie mogą stać 2 znaki V, L , D

- obok siebie mogą stać co najwyżej 3 jednakowe znaki I, X, C, M

- bezpośrednio przed znakiem oznaczającym liczbę większą może stać tylko jeden znak symbolizujący liczbę mniejszą

Jednostki:

1 km = 1000 m   1 m = 10 dm   1 dm = 10 cm   1 cm = 10 mm

1 km^2 = 100 ha   1 ha= 100 a   1 a = 100 m^2 1 ha = 10 000 m^2 = 0,01 km^2 1 a = 0,01 ha

1 l = 1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1000 ml   1 ml = 1 cm^3 1 dm^3 = 1000 cm^3

1 t = 1000 kg   1 kg = 100 dag   1 dag = 10 g   1 g = 1000 mg

1 rok – 365 dni rok przestępny 366 dni

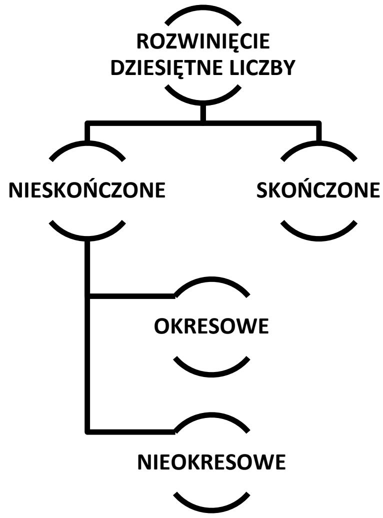
Wartość bezwzględna |x| - w interpretacji geometrycznej – to odległość liczby o zera, wartość bezwzględna z liczby nieujemnej to ta sama liczba, a z liczby ujemnej – to liczba do niej przeciwna.

Np.: |2| = 2 |-2| = -(-2) = 2 |0|= 0

Jeden procent 1% pewnej wielkości to jej setna część: 1% a = 0,01 a.

1‰ = 0,1%   1% = 10‰

Jeden procent 1‰ pewnej wielkości to jej tysięczna część: 1‰ a = 0,001 a.



a + b	*= c*	*a - b*	*= c*
SKŁADNIK	**SUMA**	**ODJEMNA ODJEMNIK**	**RÓŻNICA**

a · b	*= c*	*a : b*	*= c*
CZYNNIK	**ILOCZYN**	**DZIELNA DZIELNIK**	**ILORAZ**

Zaokrąglanie liczb – zastąpienie zerami (odrzucenie) pewnej liczby jej cyfr końcowych, zgodnie z regułą zaokrąglania: jeśli pierwszą z odrzuconych liczb jest: 0, 1, 2, 3, lub 4, to ostatnią z zachowanych cyfr pozostawiamy bez zmian; jeśli pierwszą z odrzuconych liczb jest: 5, 6, 7, 8, lub 9, to ostatnią z zachowanych cyfr zwiększamy o 1.

Ułamek właściwy – licznik tego ułamka jest mniejszy od mianownika.

Ułamek niewłaściwy – licznik tego ułamka jest większy od mianownika lub równy.

Ułamek prosty – licznik tego ułamka jest równy 1.

Liczba mieszana – liczba zapisana za pomocą ułamka i liczby naturalnej.

Potęgowanie:

0^0 *– nie ma sensu liczbowego!!!*

wykładnik potęgi

podstawa potęgi $\mathbf{a^n = b}$ **potęga**

$$a^0 = 1 \; dla \; a \neq 0 \qquad a^1 = a \qquad a^{-n} = \frac{1}{n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \; gdzie \; a \neq 0 \; i \; b \neq 0$$

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n} \qquad a^m : a^n = a^{m-n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \qquad a^m : b^m = (a : b)^m \qquad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Notacja wykładnicza - zapis liczby w postaci iloczynu: **a** · **10^{k}**, gdzie 1 ≤ a < 10, a *k* jest liczbą **C**.

Pierwiastkowanie

$$\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \qquad \sqrt[3]{a^3} = \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a \qquad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b} \qquad \sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$$

$\sqrt{-\boldsymbol{a}}$ *NIE ISTNIEJE* !!!

POJĘCIE	OPIS	PRZYKŁAD
wrażenie algebraiczne	liczby i/lub litery połączone znakami działań, nawiasami	$2a + 4b^4$, $ad(2-c)$
jednomian	liczba. litera lub ich iloczyn	13, q, 33x2y, $4s^3$
współczynnik liczbowy jednomianu	iloczyn liczb występujących w jednomianie	2f5h -> **10**, 6j -> **6**
jednomiany podobne	jednomiany różniące się tylko współczynnikami liczbowymi	$k^2a^2 13o$, kakao13, ale **NIE: k^2a13o**
jednomian uporządkowany	1. współczynnik liczbowy zapisany na początku 2. czynniki literowa zapisane w kolejności alfabetycznej 3. **WYJĄTEK**: PIERWIASTKI ZAPISUJEMY NA KOŃCU	$13ak^2o$ $\mathbf{13ako\sqrt{6}}$
suma algebraiczna (wielomian)	suma jednomianów	2a + 3c + 4kl
redukcja wyrazów podobnych	dodawanie jednimianów podobnych w sumie algebraicznej	$\underline{3dk} - 2l + \underline{5dk} + 3l^2 = 8dk - 2l + 3l^2$

RÓWNANIA

Rozwiązanie równania - liczba spełniająca równanie.

Zbiór rozwiązań równania to zbiór wszystkich liczb spełniających to równania.

RODZAJ RÓWNANIA	OPIS	PRZYKŁAD
równania równoważne	równiania, które mają ten sam zbiór rozwiązań	$x + 1 = 2$ i $x - 1 = 0$
równanie oznaczone	równanie, które ma tylko jedno rozwiązanie	$x - 6 = 3$
równanie sprzeczne	równanie, które nie ma rozwiązań	$x - 3 = x - 2$
równanie nieoznaczone (tożsamościowe)	równanie, które ma nieskończenie wiele rozwiązań	$2x + 4 = 2(x + 2)$

UKŁADY RÓWNAŃ

RODZAJ UKŁADU RÓWNAŃ	OPIS	PRZYKŁAD
układ oznaczony	ma **jedno** rozwiązanie	$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$
układ nieoznaczony	ma **nieskończenie wiele** rozwiązań	$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$
układ sprzeczny	**nie ma** rozwiązania	$\begin{cases} x - y = 9 \\ x - y = 0 \end{cases}$

RÓWNANIA W POSTACI PROPORCJI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

wyrazy skrajne

a : b = c : d

wyrazy środkowe

Iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych:

ad = bc

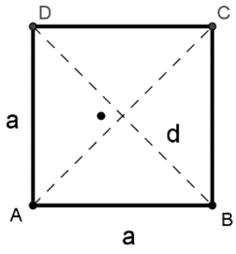
Proporcjonalność prosta - to taka zależność między dwiema zmiennnnymi wielkościami *x* i *y*, w której **iloraz** tych wielkości jest stały; wraz ze wzrostem jednej wielkości – druga **rośnie tyle samo razy**.

$\frac{y}{x} = a$ lub *y = ax*, gdzie *a* jest ustaloną liczbą różną od zera. O wielkościach *x* i *y* mówimy, że są **wprost proporcjonalne.** Liczbę *a* nazywamy **współczynnikiem proporcjonalności**.

Proporcjonalność odwrotna - to taka zależność między dwiema zmiennnnymi wielkościami *x* i *y*, w której **iloczyn** tych wielkości jest stały; wraz ze wzrostem jednej wielkości – druga **maleje tyle samo razy**.

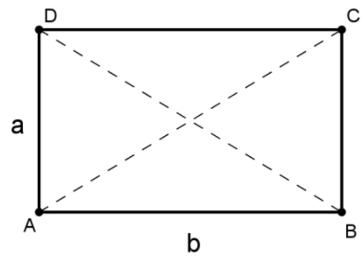
$\frac{a}{x} = y$ lub *a = yx*, gdzie *a* jest ustaloną liczbą różną od zera. O wielkościach *x* i *y* mówimy, że są **odwrotnie proporcjonalne.**

KWADRAT **$P = a^2$ $P = \frac{1}{2} d^2$**



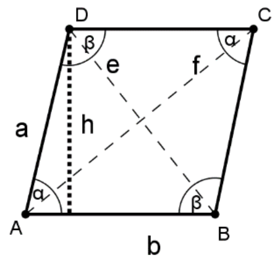
- wszystie boki są równe,
- wszystkie kąty są proste,
- przekątne są równe i prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy, są dwusiecznymi kątów
- ma 4 osie symetrii: 2 przekątne i 2 symetralne boków.

PROSTOKĄT **$P = a \cdot b$**



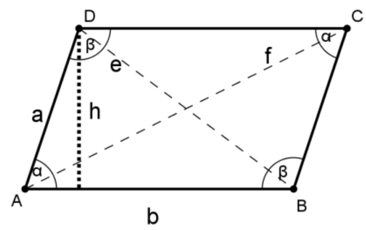
- przeciwległe boki są równe i równoległe,
- wszystkie kąty są proste,
- przekątne są równe, punkt przecięcia dzieli je na połowy,
- ma 2 osie symerii: symetralne boków.

ROMB **$P = a \cdot h$ $P = \frac{1}{2} e \cdot f$**



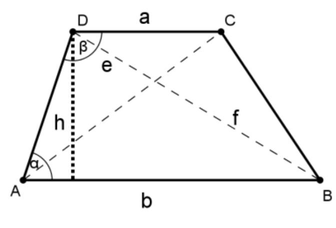
- wszystie boki są równe,
- przeciwległe boki są równoległe,
- przeciwległe kąty są równe,
- przekątne są równe i prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy, są dwusiecznymi kątów,
- suma miar kątów przu jednym boku wynosi 180^o: $\alpha + \beta = 180^o$,
- ma 2 osie symetrii.

RÓWNOLEGŁOBOK **$P = a \cdot h$**



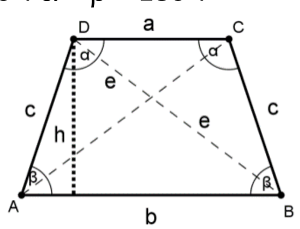
- przeciwległę boki są równe i równoległe,
- przeciwległe kąty są równe,
- punkt przecięcia dzieli przekątne na połowy,
- suma miar kątów przu jednym boku wynosi 180^o: $\alpha + \beta = 180^o$.

TRAPEZ $\mathbf{P = \frac{(a+b)}{2} \cdot h}$



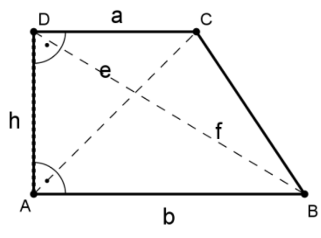
- ma **co najmniej** jedną parę boków równoległych,
- suma miar kątów przu jednym boku wynosi 180^o: $\alpha + \beta = 180^o$.

TRAPEZ RÓWNORAMIENNY



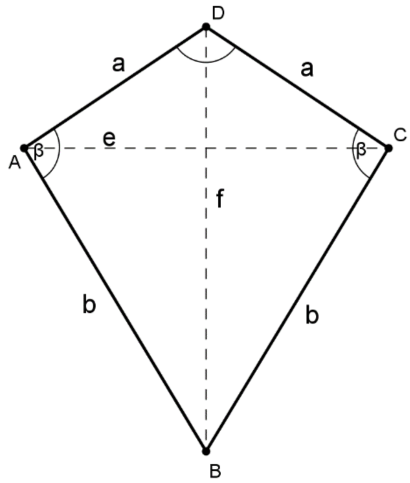
- ◆ dwa boki (ramiona c) są równe,
- ◆ przekątne są równe,
- ◆ punkt przecięcia dzieli przekątne w tym samym stosunku,
- ◆ ma 1 oś symetrii symetralna podstawy.

TRAPEZ PROSTOKĄTNY



- ◆ jedno z ramion jest prostopadłe do podstawy,
- ◆ dwa kąty są proste,
- ◆ wysokość pokrywa się z jednym z ramion

DELTOID $\mathbf{P = \frac{1}{2} e \cdot f}$



- nie ma boków równoległych,
- dwa przeciwległe boki są równe,
- przekątne są prostopadłe,
- przekątna f dzieli przekątną e na połowę,
- przekątna f jest osią symetrii i dwusieczną kąta.